Y. L. T. Sekhar
Lecturer in Maths.
GDC - Yellsnaram

B.A./B.Sc. THIRD YEAR MATHEMATICS SYLLABUS

SEMESTER – V, PAPER -5

RING THEORY & VECTOR CALCULUS

60 Hrs

UNIT – 1 (12 hrs) RINGS-I : -

Definition of Ring and basic properties, Boolean Rings, divisors of zero and cancellation laws Rings, Integral Domains, Division Ring and Fields, The characteristic of a ring - The characteristic of an Integral Domain, The characteristic of a Field. Sub Rings, Ideals

UNIT – 2 (12 hrs) RINGS-II : -

Definition of Homomorphism – Homorphic Image – Elementary Properties of Homomorphism – Kernel of a Homomorphism – Fundamental theorem of Homomorhphism – Maximal Ideals – Prime Ideals.

UNIT –3 (12 hrs) VECTOR DIFFERENTIATION : -

Vector Differentiation, Ordinary derivatives of vectors, Differentiability, Gradient, Divergence, Curl operators, Formulae Involving these operators.

UNIT – 4 (12 hrs) VECTOR INTEGRATION : -

Line Integral, Surface Integral, Volume integral with examples.

UNIT – 5 (12 hrs) VECTOR INTEGRATION APPLICATIONS : -

Theorems of Gauss and Stokes, Green's theorem in plane and applications of these theorems.

Reference Books :-

1. Abstract Algebra by J. Fralieh, Published by Narosa Publishing house.
2. Vector Calculus by Santhi Narayana, Published by S. Chand & Company Pvt. Ltd., New Delhi.
3. A text Book of B.Sc., Mathematics by B.V.S.S.Sarma and others, published by S. Chand & Company Pvt. Ltd., New Delhi.
4. Vector Calculus by R. Gupta, Published by Laxmi Publications.
5. Vector Calculus by P.C. Matthews, Published by Springer Verlag publicattions.
6. Rings and Linear Algebra by Pundir & Pundir, Published by Pragathi Prakashan.

Suggested Activities:

Seminar/ Quiz/ Assignments/ Project on Ring theory and its applications

Scanned with CamScanner

Board Paper

MATHEMATICS MODEL PAPER
FIFTH SEMESTER
PAPER 5 – RING THEORY & VECTOR CALCULUS
COMMON FOR B.A & B.Sc
(w.e.f. 2015-16 admitted batch)

Time: 3 Hours **Maximum Marks: 75**

SECTION-A

Answer any **FIVE** questions. Each question carries **FIVE** marks. **5 x 5 = 25 Marks**

1) Prove that every field is an integral domain.
2) If R is a Boolean ring then prove that (i) $a+a=0\ \forall\ a\in R$ (ii) $a+b=0 \Rightarrow a=b$.
3) Prove that Intersection of two sub rings of a ring R is also a sub ring of R.
4) If f is a homomorphism of a ring R into a ring R^1 then prove that Ker f is an ideal of R.
5) Prove that Curl (grad $\emptyset$) = $\bar{0}$.
6) If $f = xy^2\, i + 2x^2\, yz\, j - 3yz^2\, k$ the find div f and Curl f at the point (1, -1 1).
7) If $R(u)=(u-u^2)i+2u^3j-3k$ then find $\int_1^2 R(u)\,du$.
8) Show that $\int_S (ax\,i+by\,j+cz\,k).N\,dS = 4\frac{\pi}{3}(a+b+c)$ where S is the surface of the sphere $x^2+y^2+z^2=1$.

SECTION-B

Answer the all **FIVE** questions. Each carries TEN marks. **5 x 10 = 50 Marks**

9(a) Prove that a finite integral domain is a field

OR

9(b) Prove that the characteristic of an integral domain is either a prime or zero.

10(a) State and prove fundamental theorem of homomorphism of rings.

OR

10(b) Prove that the ring of integers Z is a Principal ideal ring.

Scanned with CamScanner

11(a) If $a = x + y + z$, $b = x^2 + y^2 + z^2$, $c = xy + yz + zx$; then prove that [grad a, grad b, grad c] = 0.

OR

11(b) Find the directional derivative of the function $xy^2 + yz^2 + zx^2$ along the tangent to the curve $x = t$, $y = t^2$, $z = t^3$ at the point (1, 1, 1,).

12(a) Evaluate $\int_S F.N ds$, where $F = z\,\mathbf{i} + x\,\mathbf{j} - 3y^2 z\,\mathbf{k}$ and S is the surface $x^2 + y^2 = 16$ included in the first octant between $z = 0$, and $z = 5$.

OR

12(b) If $F = (2x^2 - 3z)i - 2xy\,j - 4x\,k$,then evaluate $\iiint_V \nabla.F\,dV$ where V is the closed region bounded by the planes $x = 0, y = 0, z = 0$ and $2x + 2y + z = 4$.

13(a) State and Prove Stoke's theorem.

OR

13(b) Find $\oint_C (x^2 - 2xy)\,dx + (x^2 y + z)\,dy$ around the boundary C of the region bounded by $y^2 = 8x$ and $x = 2$ by Green's theorem.

Scanned with CamScanner

Regular
2017-2018

[CB-BA 528-A/CB-BS 532-A]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS - V (A) - RING THEORY & VECTOR CALCULUS

(COMMON FOR B.A, B.Sc)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

SECTION - A

I. Answer any **Five** questions. Each question carries **five** marks. **(5 × 5 = 25)**

ఈ క్రింది **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు **ఐదు** మార్కులు.

1. Prove that a field has no zero divisors.

   క్షేత్రానికి శూన్యభాజకాలు వుండవు అని నిరూపించండి.

2. Prove that the characteristic of an integral domain is either a prime or zero.

   పూర్ణాంక ప్రదేశము యొక్క లాక్షిణకము అభాజ్యము లేక సున్నా అని చూపండి.

Scanned with CamScanner

3. If U_1, U_2 are two ideals of a ring R then show that $U_1 + U_2$ is also an ideal of R.

వలయం R లో U_1, U_2 లు రెండు ఆదర్శాలు అయితే $U_1 + U_2$ కూడా R నకు ఆదర్శం అగునని చూపండి.

4. Prove that the homomorphic image of a commutative ring is a commutative ring.

వినిమయ వలయం యొక్క సమరూపతా ప్రతిబింబము మరలా వినిమయ వలయం అని చూపండి.

5. If $f = (2x^2y - x^4)i + (e^{xy} - y \sin x)j + (x^2 \cos y)\, k$.

Find $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ and $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$.

$f = (2x^2y - x^4)i + (e^{xy} - y \sin x)j + (x^2 \cos y)\, k$. అయిన

$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ మరియు $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ విలువలను గణించండి.

Scanned with CamScanner

6. Find div f and curl f where f = grad $(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$

f = grad $(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ అయిన divf మరియు curlf ను కనుక్కోండి.

7. Evaluate $\int_C F.dr$ where $F = 3x^2i + (2xz - y)j + zk$ along the straight line C from (0, 0, 0) to (2, 1, 3)

$F = 3x^2i + (2xz - y)j + zk$ అయితే (0, 0, 0) to (2, 1, 3) లను కలుపు సరళరేఖ వెంబడి, $\int_C F.dr$ కనుక్కోండి.

8. If $\overline{F} = \left(2x^2 - 3z\right)i - 2xyj - 4xk$ then evaluate $\int_V \text{div}\,\overline{F}.dv$ where V is the closed region bounded by the planes x = 0, y = 0, z = 0 and 2x + 2y+z=4.

x = 0, y = 0, z = 0 మరియు 2x + 2y+z=4 లచే పరిబద్ధమైన వివృత అంతరం V మరియు $\overline{F} = \left(2x^2 - 3z\right)i - 2xyj - 4xk$ అయిన $\int_V \text{div}\,\overline{F}.dv$ ని గణించండి.

Scanned with CamScanner

SECTION - B

II. Answer the **all** Five questions. Each carries **TEN** marks.
(5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు **పది** మార్కులు.

9. a) Prove that $Q\left[\sqrt{2}\right]=\left\{a+b\sqrt{2}/a,b\in Q\right\}$ is a field with respect to ordinary addition and multiplication of numbers.

$Q\left[\sqrt{2}\right]=\left\{a+b\sqrt{2}/a,b\in Q\right\}$ అనే సమితి సాధారణ సంకలనం మరియు గుణకారం దృష్ట్యా ఒక క్షేత్రం అగునని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) If U_1 and U_2 are two ideals of a ring R then $U_1 \cup U_2$ is an ideal of R if and only if $U_1 \subset U_2$ or $U_2 \subset U_1$.

వలయం R లో U_1 మరియు U_2 లు R నకు ఆదర్శాలు అయితే R నకు $U_1 \cup U_2$ ఆదర్శం కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం $U_1 \subset U_2$ లేదా $U_2 \subset U_1$ అని చూపండి.

Scanned with CamScanner

10. a) Show that an ideal $U \neq R$ of a commutative ring R, is a prime ideal if and only if R/U is an integral domin.

వినిమయ వలయం R నకు U ఒక ఆదర్శం. U ప్రధాన ఆదర్శం కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం R/U ఒక పూర్ణాంక ప్రదేశము అగునని చూపండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that the ring of integers Z is a principal ideal ring.

పూర్ణాంక వలయము Z ప్రధాన ఆదర్శవలయమని చూపండి.

11. a) Find the directional derivative of the function $f = x^2 - y^2 + 2z^2$ at point P(1, 2, 3) in the direction of the line $\overline{PQ}$ where Q = (5, 0, 4).

P(1, 2, 3) Q = (5, 0, 4) అయితే P వద్ద ప్రమేయం $f = x^2 - y^2 + 2z^2$ యొక్క దైశిక వ్యుత్పన్నాన్ని $\overline{PQ}$ దిశలో కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

Scanned with CamScanner

b) Prove that div (A × B) = B. Curl A – A. Curl B

div (A × B) = B. Curl A – A. Curl B అని నిరూపించండి.

12. a) Evaluate $\int_S F.Nds$ where $F = zi + xj - 3y^2 zk$ and S is the surface $x^2 + y^2 = 16$ included in the first octant between $z = 0$ and $z = 5$.

$x^2 + y^2 = 16$ తలం పై ప్రథమాష్టమంలో $z = 0$ నుండి $z = 5$ వరకు $F = zi + xj - 3y^2 zk$ ప్రమేయానికి $\int_S F.Nds$ గణించండి.

(OR/లేదా)

b) If $F = 2x\,zi - xj + y^2k$ evaluate $\int_V F.dv$ where V is the region bounded by the surface $x = 0$, $x = 2, y = 0, y = 6, z = x^2, z = 4$.

$F = 2x\,zi - xj + y^2k$ అయిన $x = 0,\ x = 2, y = 0,$ $y = 6, z = x^2, z = 4$ తలాలచే పరిబద్ధమైన అంతరాళం V అయితే $\int_V F.dv$ గణించండి.

Scanned with CamScanner

13. a) State and prove Gauss's divergence theorem.

గాస్ అపసరణ సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) If $F = yi + (x-2xz)j - xyk$, evaluate $\int_S (\nabla \times F) \cdot N ds$ where S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ above the xy – plane.

xy – తల పైభాగంలోని $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ అర్ధగోళం S అయితే $F = yi + (x-2xz)j - xyk$ అయినపుడు $\int_S (\nabla \times F) \cdot N ds$ రాబట్టండి.

❄❄❄

Scanned with CamScanner

[Total No. of Printed Pages-4

[CB-BA 528-A/CB-BS 532-A]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS -V(A)-RING THEORY & VECTOR CALCULUS

(Common For B.A./B.Sc.)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Section - A

విభాగము - ఎ

Answer any **Five** questions. Each question carries **Five** marks.

(5× 5 = 25)

ఏవైనా **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానాములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు ఐదు మార్కులు.

1. Prove that a finite integral domine is a field.

   పరిమిత పూర్ణాంక ప్రదేశము, క్షేత్రమవు తుందని చూపండి

2. The characteristic of an integral domine is either a prime or zero.

   పూర్ణాంక ప్రదేశము యొక్క లాక్షిణికము ఒక ప్రధాన సంఖ్య లేదా సున్న అని చూపండి.

3. Prove that intersection of two subrings of a ring R is also a subring of R.

   ఉప వలయాల చేధనము మరలా ఒక ఉపవలయం అని నిరూపించండి

4. Prove that the homomorphic image of a ring is a ring.

   ఒక వలయం యొక్క సమరూపతా ప్రతిబింబము మరలా వలయమని నిరూపించండి.

10

[Turn over

Scanned with CamScanner

5. Prove that curl $(grad\,\phi)=\bar{0}$.

curl $(grad\,\phi)=\bar{0}$ అని నిరూపించండి.

6. Find the directional derivative of the function $xy^2+yz^2+zx^2$ along the tangent to the curve $x=t, y=t^2, z=t^3$ and the point (1,1,1)

(1,1,1) వద్ద $x=t, y=t^2, z=t^3$ వక్రానికి స్పర్శరేఖ దిశలో $xy^2+yz^2+zx^2$ ప్రమేయానికి దైశిక వ్యుత్పన్నం కనుక్కోండి

7. If $f=xy^2i+2x^2yzj-3yz^2k$, find i) div f ii) $curl\,f$ at the point (1,-1,1).

$f=xy^2i+2x^2yzj-3yz^2k$ అయిన i) div f ii) $curl\,f$ లను (1,-1,1) వద్ద కనుక్కోండి.

8. If F = $3xyi-y^2j$ evaluate $\int_c F.dr$ where 'c' is the curve $y=2x^2$ in xy - plane from (0,0) to (1,2)

F = $3xyi-y^2j$ అయిన xy - తలంలో (0,0) నుండి (1,2)వరకు $y=2x^2$ అను వక్రము 'c'పై $\int_c F.dr$ గణించండి.

Section - B

విభాగము - బి

Answer the all **Five** questions. Each carries **10** marks.

అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.ప్రతి ఐదు ప్రశ్నలకు పది మార్కులు

(5× 10 = 50)

Scanned with CamScanner

9. a) Prove that the set of quaternions is a skew field.

వాస్తవ చతుష్కాల సమితి స్క్యూ క్షేత్రం అని చూపండి

(OR/లేదా)

b) Show that a field has no zero divisors.

క్షేత్రంలో శతాన్యభాజకాలు ఉండవు అని చూపండి

10. a) If M is a maximal ideal of the ring of integers Z then prove that M is generated by prime integer.

పూర్ణాంక వలయం Z లో M ఒక అధికతమ ఆదర్శము అయిన M ఒక అభాజ్య సంఖ్యచే జనితమని చూపండి

(OR/లేదా)

b) State and prove fundamental theorem of homomorphism of rings.

వలయముల సమరూపతా మూల సిద్ధాంతం ప్రవచించి, నిరూపించండి.

11. a) If $a=x+y+z$, $b=x^2+y^2+z^2$, $c=xy+yz+zx$, then prove that [grad a, grad b, grad c] = 0.

$a=x+y+z$, $b=x^2+y^2+z^2$, $c=xy+yz+zx$ అయిన [grad a, grad b, grad c] = 0 అని చూపండి

(OR/లేదా)

b) Evaluate $\int_c \bar{F}.d\bar{r}$, where $\bar{F}=x^2y^2i+yj$ and the curve 'c' is $y^2=4x$ in the xy - plane from (0,0) to (4,4).

$\bar{F}=x^2y^2i+yj$ అయిన xy - తలంలో(0,0) నుంచి (4,4) వరకు $y^2=4x$ వక్రం 'c' అయినపుడు $\int_c \bar{F}.d\bar{r}$ ని గణించండి.

Scanned with CamScanner

12. a) Evaluate $\int_S F.Nds$ where F=18zi -12j +3yk and S is the part of the plane 2x+3y+6z=12 located in the first Octant.

F=18zi -12j +3yk ప్రథమాష్టమంలోని 2x+3y+6z=12 తలభాగం S అయితే $\int_S F.Nds$ గణించండి

(OR/లేదా)

b) Prove that $\nabla\times(\nabla\times A)=\nabla(\nabla.A)-\nabla^2 A$.

$\nabla\times(\nabla\times A)=\nabla(\nabla.A)-\nabla^2 A$ అని నిరూపించండి

13. a) State and prove Stoke's theorem.

స్టోక్స్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి

(OR/లేదా)

b) Verify Greens theorem in the plane for $\oint_C (xy+y^2)dx+x^2dy$ where 'C' is the closed curve of the region bounded by $y=x$ and $y=x^2$

$y=x$ మరియు $y=x^2$ వక్రాలచే పరివృత్తమైన 'C' తలంలో $\oint_C (xy+y^2)dx+x^2dy$ నకు గ్రీన్స్ సిద్ధాంతం సరిచూడండి.

Scanned with CamScanner

Aug 2017-2018 Ad-Supply

[Total No. of Printed Pages-6

[CB-BA528-A/CB-BS532-A]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS-V(A)-RING THEORY & VECTOR CALCULUS

(COMMON FOR B.A., B.Sc)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours　　　　Maximum : 75 Marks

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any **FIVE** questions. Each question carries **5** marks.

ఈ క్రింది ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు **5** మార్కులు.　　**(5×5=25)**

1. Show that a field has no zero divisors.

క్షేత్రంలో శూన్యభాజకాలు లేవని చూపండి.

2. Prove that the characteristic of a Boolean ring is 2.R.

ఒక శూన్యేతర వలయం అయి బూలియన్ వలయం అయితే R యొక్క లాక్షణికం= 2 అని నిరూపించండి.

3. Prove that Intersection of two subrings of a ring R is also a subring of R.

R వలయం యొక్క రెండు ఉపవలయాల ఛేదనం కూడా R కు ఒక ఉపవలయం.

Scanned with CamScanner

4. If M is a maximal ideal of the ring of integers Z then M is generated by prime integer.

పూర్ణాంకవలయమైన Z లో M అనేది అధికతను ఆదర్శం అయితే M ఆదర్శము ఒక అభాజ్య సంఖ్యచే జనితం.

5. If $a = i\sin t + j\cos t + tk, b = i\cos t - j\sin t - 3k$ and $c = 2i + 3j - k$ then find $\left[a \times (b \times c)\right]'$ at $t = 0$.

$a = i\sin t + j\cos t + tk, b = i\cos t - j\sin t - 3k$

$c = 2i + 3j - k$ మరియు అయితే $t = 0$ వద్ద $\left[a \times (b \times c)\right]'$ ను కనుక్కోండి.

6. Find div f and curl f where $f = \text{grad}\left(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz\right)$

$f = \text{grad}\left(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz\right)$ అయితే div f మరియు curl f ఎంతెంత.

7. Evaluate $\int_c F \cdot dv$ where $F = 3x^2 i + (2xz - y)j + zk$ along the straight line c from (0,0,0), (2,1,3).

$F = 3x^2 i + (2xz - y)j + zk$ అయితే (0,0,0), (2,1,3) లను కలుపు సరళరేఖ వెంబడి $\int_c F \cdot dv$ ఎంత.

Scanned with CamScanner

8. Evaluate $\oint_c (\cos x \sin y - xy)dx + \sin x \cos y\, dy$ by Green's theorem where c is the circle $x^2 + y^2 = 1$

గ్రీన్ సిద్ధాంతమునుపయోగించి, $x^2+y^2=1$, అను c వృత్తముపై $\oint_c (\cos x \sin y - xy)dx + \sin x \cos y\, dy$ విలువ గణించండి.

SECTION - B

విభాగము – బి

Answer all **FIVE** questions. Each carries **10** marks.

ఈ క్రింది ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు **10** మార్కులు. **(5×10=50)**

9. a) Prove that the set $Z[i]=\{a+bi \,/\, a,b \in z,\ i^2=-1\}$ of Gaussian integers is an integrat domain with respect to addition and multiplication of numbers. Is it a field?

$Z[i]=\{a+bi \,/\, a,b \in z,\ i^2=-1\}$ గాసియన్ పూర్ణాంకాల సమితి సంఖ్యల సంకలన గుణనంల దృష్ట్యా పూర్ణాంక ప్రదేశం అవుతుందని నిరూపించండి. ఇది క్షేత్రం అవుతుందా?

(OR/లేదా)

b) The characteristic of an integral domain is either a prime or zero.

పూర్ణాంక ప్రదేశం యొక్క లాక్షణికం అభాజ్య సంఖ్య కాని లేక సున్న కాని అవుతుంది.

Scanned with CamScanner

10. a) An ideal U of a commutative ring R with unity is maximal if and only if the quotient ring R/U is a field.

తత్సమ మూలకం కల వినియవలయమైన R లో U అనే ఆదర్శం అధికతమం కావాడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం వ్యుత్పన్న వలయమైన R/U క్షేత్రం కావడం.

(OR/లేదా)

b) State and prove fundamental theorem of homomorphism of rings.

సమరూపతా మూల సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

11. a) If $a = x+y+z$, $b = x^2+y^2+z^2$, $c = xy+yz+zx$, then prove that [grad a, grad b, grad c]=0.

$a = x+y+z$, $b = x^2+y^2+z^2$, $c = xy+yz+zx$, అయితే [grad a, grad b, grad c]=0 అని రుజువు చేయండి.

(OR/లేదా)

b) If 'a' is a constant vector, prove that

$$curl\ \frac{a \times r}{r^3} = \frac{-a}{r^3} + \frac{3r}{r^5}(a \cdot r).$$

'a' స్థిర సదిశ అయితే $curl\ \frac{a \times r}{r^3} = \frac{-a}{r^3} + \frac{3r}{r^5}(a \cdot r)$.

[Turn over

Scanned with CamScanner

12. a) Find the work done in moving a particle in force field $F = 3x2i + (2xz - y)j + zk$ along the straight line from (0,0,0) to (2,1,3).

$F = 3x2i + (2xz - y)j + zk$ బల క్షేత్రంలో సరళ రేఖ వెంబడి (0,0,0) నుంచి (2,1,3) వరకు ఒక కణాన్ని కదిపినప్పుడు జరిగే పనిని కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

b) If $F = 2xzi - xj + y^2k$ evaluate $\int_v F \cdot dv$ where v is the region bounded by the surfaces $x = 0, x = 2, y = 0, y = 6, z = x^2, z = 4$.

$F = 2xzi - xj + y^2k$ అయి $x = 0, x = 2, y = 0, y = 6, z = x^2, z = 4$ తలాలచే పరిబద్ధమైన అంతరాళం v అయితే $\int_v F \cdot dv$ గణించండి.

13. a) Varify Gauss's divergence theorem to evaluate $\int_s \left(\left(x^3 - yz\right)i - 2x^2yj + zk\right) \cdot Nds$ over the surface of a cube bounded by the coordinate planes $x = y = z = a$.

Scanned with CamScanner

$x = y = z = a$ తలాలచే పరివృతమై ఘనతలంపై

$\int_s \left(\left(x^3 - yz\right)i - 2x^2 yj + zk\right) \cdot Nds$ విలువను గౌస్

అవసరణ సిద్ధాంతంలో సరిచూపండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Green's theorem in a plane.

తలంలో గ్రీన్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

2018-2019

[Total No. of Printed Pages-7

[CB-BA528-A/CB-BS532-A]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER
DEGREE EXAMINATIONS
MATHEMATICS - V(A) - RING THEORY AND VECTOR CALCULUS
(COMMON FOR B.A, B.Sc)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours　　　　Maximum : 75 Marks

SECTION - A

విభాగము - ఎ

I. Answer any **FIVE** questions.Each question Carries **FIVE** marks .

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. అన్ని ప్రశ్నలకుసమానమైన మార్కులు. (5×5=25)

1. Prove that a field has no proper ideals.

   ఒక క్షేత్రానికి క్రమ ఆదర్శాలు (ఐడియల్స్) వుండదని చూపండి.

2. Define characteristic of an integral domain. Prove that it is either zero or a prime number.

   ఒక పూర్ణాంక ప్రదేశం యొక్క లాక్షణికతను నిర్వచించండి. ఇది సున్నా లేదా ప్రదాన సంఖ్య అవుతుందని నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

3. A commutative ring R with unity element is a field if R have no proper ideals.

తత్సమ మూలకం గల వినియం వలయమైన R కు శుద్ధ ఐడియల్స్ లేకపోతే R ఒక క్షేత్రం అవుతుంది.

4. If f is a homomorphism of a ring R into the ring R' then f is an into isomorphism if and only if kerf=$\{0\}$.

$f: R \to R'$ వలయ సమరూపత అయితే అన్వేక సమరూపత కావడానికి kerf=$\{0\}$ అవడం, అవశ్యకమూ మరియు పర్యాప్తమూ.

5. If $A = 5t^2 i + tj - t^3 k$ and $B = \sin t\, i - \cos t\, j$ find

a) $\frac{d}{dt}(A.B)$ b) $\frac{d}{dt}(A \times B)$ c) $\frac{d}{dt}(A.A)$

$A = 5t^2 i + tj - t^3 k$ మరియు $B = \sin t\, i - \cos t\, j$ అయితే

a) $\frac{d}{dt}(A.B)$ b) $\frac{d}{dt}(A \times B)$ c) $\frac{d}{dt}(A.A)$

6. Find divf and culf where $f = grad(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$.

$f = grad(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ అయితే div f మరియు curlf ఎంతెంత.

Scanned with CamScanner

7. If $F = 3xyi - y^2 j$ evaluate $\int_c F.dr$ where C is the curve $y = 2x^2$ in xy plane from (0,0) to (1,2).

$F = 3xyi - y^2 j$ అయితే xy తలంలో (0,0) నుండి (1,2) వరకు

$y = 2x^2$ అను C వక్రానికి $\int_c F.dr$ రాబట్టండి.

8. Evaluate $\int_S F.N.ds$ where $F = 2x^2 yi - y^2 j + 4xz^2 k$ taken over the region in the first octant bounded by $y^2 + z^2 = 9$ and $x = 2$.

$y^2 + z^2 = 9, x = 2$ లచే పరిబద్ధమైన ప్రథమాష్టమంలోని ఉపరితలం S అయితే $F = 2x^2 yi - y^2 j + 4xz^2 k$ నకు $\int_S F.N.ds$ విలువను కనుక్కోండి.

SECTION - B

విభాగము -బి

II. Answer the all **FIVE** questions. Each question carries **10** marks

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. **(5×10=50)**

9. a) Prove that a finite integral domain is a field.

ప్రతి పరిమిత పూర్ణాంక ప్రదేశమూ క్షేత్రం అవుతుంది.

[Turn over

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) The ring of integers Z is a principal ideal ring. (or) Every ideal of Z is a principal ideal.

పూర్ణాంక వలయము ఒక ప్రధాన ఐడియల్ వలయం (లేక) పూర్ణాంక వలయం యొక్క ప్రతి ఆదర్శమూ ప్రధాన ఆదర్శము.

10. a) State and prove fundamental theorem of homomorphism of rings.

సమరూపతా మూల సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) An ideal U of a commutative ring R with unity is maximal if and only if the quotient ring R/U is a field.

తత్సమ మూలకం కల వినియ వలయమైన R లో U అనే ఆదర్శం అధికితమం కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం వ్యుత్పన్న వలయమైన R/U క్షేత్రం కావడం.

11. a) Prove that

i) $\nabla r = \frac{r}{r}$ if $r = xi + yj + zk$ and $r = |r|$

ii) $\nabla(r^n) = nr^{n-2}, r$

iii) $\nabla(Log|r|) = \frac{r}{r^2}$

$r = xi + yj + zk$, $r = |r|$ అయితే

Scanned with CamScanner

i) $\nabla r = \frac{r}{r}$

ii) $\nabla (r^n) = nr^{n-2}, r$

iii) $\nabla (Log|r|) = \frac{r}{r^2}$ అని రుజువు చేయండి.

(OR/లేదా)

b) Find the directional derivative of the function $xy^2 + yz^2 + zx^2$ along the tangent to the curve $x = t, y = t^2, z = t^3$ at the point $(1,1,1)$.

$(1,1,1)$ వద్ద $x = t, y = t^2, z = t^3$ వక్రానికి స్పర్శరేఖ దిశలో $xy^2 + yz^2 + zx^2$ ప్రమేయానికి దైశిక వ్యుత్పన్నం కనుక్కోండి.

12. a) If $F = (x^2 + y^2)i - 2xy\,j$ evaluate $\oint_C F.dr$ where the curve C is the rectangle in the x y plane bounded by $y = 0, y = b, x = 0, x = a$.

$F = (x^2 + y^2)i - 2xy\,j$ అయితే x y తలంలో $y = 0, y = b, x = 0, x = a$ లచే నిబద్ధమైన దీర్ఘ చతురస్రం C వెంబడి $\oint_C F.dr$ గణించండి.

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) Evaluate $\int_S F.N\,ds$ where

$F = 18z\,i - 12\,j + 3y\,k$ and S is the part of the plane $2x+3y+6z=12$ located in the first octant.

$F = 18z\,i - 12\,j + 3y\,k$ అయి ప్రథమాష్టమంలోని $2x+3y+6z=12$ తలభాగం S అయితే $\int_S F.N\,ds$ గణించండి.

13. a) State and Prove Stoke's theorem.

స్టోక్స్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Verify Green's theorem in the plane for $\oint_C \left[\left(xy+y^2\right)dx + x^2\,dy\right]$ where C is the closed curve of the region bounded by $y=x$ and $y=x^2$.

Scanned with CamScanner

$y = x$ మరియు $y = x^2$ లచే పరిబద్ధమైన ప్రాంతం యొక్క సంవృత వక్రం C అయినప్పుడు $\oint_C \left[\left(xy + y^2 \right) dx + x^2 \, dy \right]$ కి తలంలో గ్రీన్ సిద్ధాంతాన్ని సరిచూడండి.

Scanned with CamScanner

Instruct 2018 - 2019

[CB-BA 528-A/CB-BS 532-A]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER
DEGREE EXAMINATIONS
MATHEMATICS-V (A)
RING THEORY & VECTOR CALCULUS
(COMMON FOR B. A, B. Sc)

(From The Admitted Batch of 2015-2016)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours — Maximum : 75 Marks

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any **FIVE** questions. Each question carries **FIVE** marks.

ఈ క్రింది వానిలో **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు **ఐదు** మార్కులు. **(5×5=25)**

1. Prove that every field is an Integral domain.

ప్రతి క్షేత్రము ఒక పూర్ణాంక ప్రదేశమని చూపుము.

2. If R is a non-zero ring so that $a^2 = a, \forall a \in R$, prove that characteristic of $R = 2$.

R ఒక శూన్యేతర వలయం అయి $a^2 = a, \ \forall a \in R$ అయితే R యొక్క లాక్షణికం $R = 2$ అని చూపండి.

Scanned with CamScanner

3. Show that the homomorphic image of a commutative ring is a commutative ring.

ఒక వినిమయ వలయానికి సమరూపతా ప్రతిబింబము, ఒక వినిమయ వలయమని చూపుము.

4. If f is a homomorphism from ring R into a ring R', then prove that Kerf is an ideal of R.

వలయం R నుండి వలయం R' కు సమరూపత అయితే, R కి Kerf ఒక ఆదర్శమని చూపుము.

5. Find the greatest value of the directional derivative of the function $2x^2 - y - z^4$ at $(2,-1,1)$.

$(2,-1,1)$ వద్ద ప్రమేయం $2x^2 - y - z^4$ దిశా నిర్దేశపు అధిక విలువను కనుక్కోండి.

6. If $a = x + y + z$, $b = x^2 + y^2 + z^2$ and $c = xy + yz + zx$ prove that $[grad a \quad grad b \quad grad c] = 0$.

$a = x + y + z$, $b = x^2 + y^2 + z^2$ మరియు $c = xy + yz + zx$ అయితే $[grad a \quad grad b \quad grad c] = 0$ అని నిరూపించండి.

7. If $f = grad(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$, then find $div f$ and $curl f$.

$f = grad(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ అయితే $div f$ మరియు $curl f$ విలువను కనుక్కోండి.

Scanned with CamScanner

8. Prove that $\int_s r.ivds = 3V$.

$\int_s r.ivds = 3V$ అని నిరూపించండి.

SECTION - B

విభాగము -బి

Answer all **FIVE** questions. Each question carries **TEN** marks.

ఈ క్రింది వానిలో **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు **పది** మార్కులు. **(5×10=50)**

9. a) Prove that every finite integral domain is field.

ప్రతి పరిమిత పూర్ణాంక ప్రదేశము ఒక క్షేత్రమగునని చూపుము.

(OR/లేదా)

b) i. Define Ideal.

Ideal ను నిర్వచించండి.

ii. If R is a commutative ring and $a \in R$, then $Ra = \{ra / r \in R\}$ is an ideal of R.

R వినిమయ వలయము మరియు $a \in R$ అయితే R కి $Ra = \{ra / r \in R\}$ ఐడియల్ అని చూపుము.

Scanned with CamScanner

10. a) State and prove Fundamental theorem of homomorphism of rings.

వలయాల సమరూపతా ప్రాథమిక సిద్ధాంతం ప్రవచించి, నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that the ring of integers z, is a principal ideal ring.

పూర్ణాంకాల వలయము z, ప్రధాన ఐడియల్ వలయమని చూపండి.

11. a) Find the directional derivative of $\phi = x^2yz + 4xz^2$ at the point $(1,-2,-1)$ in the direction of $2i - j - 2k$.

$\phi = x^2yz + 4xz^2$ నకు $(1,-2,-1)$ బిందువు వద్ద సదిశ $2i - j - 2k$ యొక్క దిశలో దిశాత్మక (దైశిక) ఉత్పన్నము కనుగొనుము.

(OR/లేదా)

b) i. Prove that $\nabla\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{\bar{r}}{r^3}$.

$\nabla\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{\bar{r}}{r^3}$ అని నిరూపించండి.

ii. If f is differentiable vector function prove that $div(curl f) = 0$.

f ఒక అవకలనీయ సదిశా ప్రమేయం అయిన $div(curl f) = 0$ అని నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

12. a) If $F = (x + y^2)i - 2xj + 2yzk$, evaluate $\int_s F.ivds$ where s is the surface of the plane $2x + y + 2z = 6$ in the first octant.

$F = (x + y^2)i - 2xj + 2yzk$ మరియు మొదటి అష్టకములో $2x + y + 2z = 6$ తలము s అయితే $\int_s F.ivds$ కనుగొనుము.

(OR/లేదా)

b) If $F = (x^2 + y^2)i - 2xyj$, evaluate $\int_C F.dr$ where the curve C is the rectangle in the xy-plane bounded by $y = 0, y = b, x = 0, x = a$.

$F = (x^2 + y^2)i - 2xyj$, తలములో $y = 0, y = b, x = 0, x = a$ పరిబద్ధ దీర్ఘచతురస్రము C అయితే $\int_C F.dr$ కనుగొనుము.

13. a) State and prove Green's theorem.

గ్రీన్స్ సిద్ధాంతము ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Stokes Theorem.

స్టోక్స్ సిద్ధాంతము ప్రవచించి నిరూపించుము.

Scanned with CamScanner

2019-2020

1029636

[Total No. of Printed Pages-7

[CB-BA528-A/CB-BS532-A]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER

DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS-V(A)-RING THEORY & VECTOR CALCULUS

(COMMON FOR B.A. B.Sc)

(From The Admitted Batch of 2015-2016)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours   Maximum : 75 Marks

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any **Five** questions . Each question Carries **Five** marks. **(5×5=25)**

ఏవైనా **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.ప్రతి ప్రశ్నకు **5**మార్కులు

1. Prove that every Boolean Ring is Commutative Ring.

ప్రతి బూలియన్ వలయము, వినిమయ వలయం అవుతుంది అని నిరూపించండి.

18,000

[Turn over

Scanned with CamScanner

2. Define zero divisors in a ring and give an example.

వలయంలో శూన్యభాజకములను నిర్వచింపుము మరియు ఉదాహరణలను ఇవ్వండి.

3. Prove that a homomorphism $f:R\to R'$ is a monomorphism, if and only if Ker $f=\{0\}$.

వలయ సమరూపత $f:R\to R'$ అన్వేక సమరూపత అగుటకు, Ker $f=\{0\}$ ఆవశ్యకము, పర్యాప్తము అని నిరూపించండి.

4. Let R,R' be two rings and $f:R\to R'$ be a homomorphism, for ideal U in R, show that f(U) is a ideal in $\overline{R}$=f(R)

R,R' లు వలయాలు మరియు $f:R\to R'$ సమరూపత అనుకొనుము, R కి U ఒక ఐడియల్ అయితే $\overline{R}$=f(R) లో f(U) ఒక ఐడియల్ అగునని చూపుము.

5. Find the greatest value of the directional derivative of the function $f=x^2yz^3$ at $(2,1,-1)$

$(2,1,-1)$ వద్ద ప్రమేయం $f=x^2yz^3$ దిశా నిర్దేశపు అధిక విలువను కనుక్కోండి.

Scanned with CamScanner

6. If $a = x + y + z$, $b = x^2 + y^2 + z^2$ and $C = xy + yz + zx$,

Prove that [grad a, grad b, grad c]=0.

$a = x + y + z$, $b = x^2 + y^2 + z^2$

మరియు $C = xy + yz + zx$, అయితే [grad a, grad b, grad c]=0

అని నిరూపించండి.

7. If f= grad $\left(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz\right)$, then find div f and Curl f.

f= grad $\left(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz\right)$, అయితే div f మరియు Curl f.

విలువను కనుక్కోండి.

8. Evaluate $\int_C F.dr$, where $F = xyi + yzj + zxk$ and the curve

C is $r = ti + t^2 j + t^3 k$, t varying from -1 to 1

$F = xyi + yzj + zxk$ మరియు వక్రము C న మీకరణము

$r = ti + t^2 j + t^3 k$, t విలువ −1 నుండి 1 వరకు అయితే $\int_C F.dr$ ను

కనుక్కోండి.

[Turn over

Scanned with CamScanner

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer **All** Five questions, Each carries **TEN** Marks

(5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు **పది** మార్కులు.

9. a) Prove that $Q\left[\sqrt{2}\right]=\left\{a+b\sqrt{2}\,/\,a,b\in Q\right\}$ is a field

$Q\left[\sqrt{2}\right]=\left\{a+b\sqrt{2}\,/\,a,b\in Q\right\}$ ను క్షేత్రమని చూపండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that the characteristic of an Internal domain is either a prime or zero.

పూర్ణాంక ప్రదేశం యొక్క లాక్షణికం అవిభాజ్య సంఖ్యకాని లేక సున్న కాని అవుతుందని చూపండి.

10. a) State and prove fundamental theorem of homomorphism of rings.

వలయాల సమరూపతా ప్రాథమిక సిద్ధాంతం ప్రవచించి, నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) Prove that an ideal U of a commutative ring R with unity is maximal if an only if R/U is a field.

తత్సమ మూలకం గల వినిమయ వలయమైన R లో U అనే ఆదర్శం అధికతమం కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం వ్యుత్పన్న వలయమైన(R/U) క్షేత్రం కావడం అని చూపండి.

11. a) If $A = t^2 i - tj + (2t+1)k$ and $B = (2t-3)i + j - tk$, Find

i) $(A \times B)'$

ii) $(|A+B|)'$ at $t=1$

$A = t^2 i - tj + (2t+1)k$ మరియు $B = (2t-3)i + j - tk$, అయితే

i) $(A \times B)'$

ii) $(|A + B|)'$,$t = 1$ వద్ద కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

b) Find the directional derivative of the functions $xy^2 + yz^2 + zx^2$ along the tangent to the curve $x = t, \quad y = t^2, \quad z = t^3$ at the point $(1,1,1)$

$(1,1,1)$ బిందువు వద్ద $x = t, \quad y = t^2, \quad z = t^3$ వక్రమునకు స్పర్శ రేఖ దిశలో $xy^2 + yz^2 + zx^2$ ప్రమేయమునకు దైశిక వ్యుత్పన్నము కనుగొనుము.

Scanned with CamScanner

12. a) Evaluate $\int_S F.Nds$ where $F = zi + xj - 3y^2zk$ and S is the surface $x^2 + y^2 = 16$ included in the first octant between $z = 0$ and $z = 5$

$F = zi + xj - 3y^2zk$ మరియు $z = 0$, $z = 5$ ల మధ్య మొదటి అష్టకములో $x^2 + y^2 = 16$ గోళము ఉపరితలము S అయిన $\int_S F.Nds$ ను కనుగొనుము.

(OR/లేదా)

b) If $F = (2x^2 - 3z)i - 2xyj - 4xk$, then evaluate $\int_V (\nabla.F)\,dv$, where V is the closed region bounded by the planes $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ and $2x + 2y + z = 4$.

$F = (2x^2 - 3z)i - 2xyj - 4xk$,

మరియు $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ మరియు $2x + 2y + z = 4$. తలముచే పరిబంధమైన సంవృత ప్రదేశము V అయితే $\int_V (\nabla.F)\,dv$ ని కనుగొనుము.

Scanned with CamScanner

13. a) State and prove Gauss-Divergence theorem.

గాస్ – డైవర్జెన్స్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove stokes theorem.

స్టోక్స్ సిద్ధాంతము ప్రవచించి నిరూపించుము.

Scanned with CamScanner

March 2020-2021

[Total No. of Printed Pages-7

[CB-BA528-A/CB-BS532-A]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER (CBCS PATTERN) DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS - V(A) - RING THEORY AND VECTOR CALCULUS

(COMMON FOR B.A. B.Sc.)

(From The Admitted Batch of 2015-2016)

Time : 3 Hours **Maximum : 75 Marks**

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any **Five** questions. Each question carries **Five** marks. **(5×5=25)**

ఏవైనా **ఐదు** ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు **ఐదు** మార్కులు.

1. Prove that a field has no zero divisors.

ఒక క్షేత్రం శూన్య భాజకాలను కలిగి ఉండదని నిరూపించండి.

2. It R is a ring with unity element, then prove that R has characteristic P>0 if and only if P is the least positive integer such that P1=0.

Scanned with CamScanner

వలయం R కు తత్సమ మూలకం ఉండే, R యొక్క లాక్షణికం P>0 కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము P1=0 అని నిరూపించండి.

3. Prove that the intersection of two ideals of a ring R is an ideal of R

వలయం R యొక్క రెండు ఆదర్శాల ఛేదనం R వలయానికి ఆదర్శం అవుతుందని నిరూపించండి.

4. Prove that the homomorphic image of a ring is a ring.

ఒక వలయం యొక్క సమరూపతా ప్రతిబింబము మరల వలయం అవుతుందని చూపండి.

5. Prove that $\nabla r = \frac{\bar{r}}{r}$, if $\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$ and $r = |\bar{r}|$.

$\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$ మరియు $r = |\bar{r}|$ అయితే $\nabla r = \frac{\bar{r}}{r}$ అని నిరూపించండి.

6. Find $div\bar{F}$ and $Curl\bar{F}$ where $\bar{F} = x^2z\bar{i} - 2y^3z^3\bar{j} + xy^2z\bar{k}$ at (1,-1,1).

$\bar{F} = x^2z\bar{i} - 2y^3z^3\bar{j} + xy^2z\bar{k}$ నకు (1,-1,1) వద్ద $div\bar{F}$ మరియు $Curl\bar{F}$ లను కనుక్కోండి.

Scanned with CamScanner

7. If $\overline{F}(t) = t\bar{i} + (t^2 - 2t)\bar{j} + (3t^2 + 3t^3)\bar{k}$ then find $\int_0^1 f(t)dt$.

$\overline{F}(t) = t\bar{i} + (t^2 - 2t)\bar{j} + (3t^2 + 3t^3)\bar{k}$ అయితే $\int_0^1 f(t)dt$ ని కనుక్కోండి.

8. Show that $\int_s (ax\bar{i} + by\bar{j} + cz\bar{k}).\overline{N}ds = 4\frac{\pi}{3}(a+b+c)$ where s is the surface of the sphere $x^2+y^2+z^2=1$.

$x^2+y^2+z^2=1$ అనుగోళతలంపై $\int_s (ax\bar{i} + by\bar{j} + cz\bar{k}).\overline{N}ds$ = $4\frac{\pi}{3}(a+b+c)$ అనిచూపండి.

SECTION - B

విభాగము -బి

Answer the all **five** questions. Each question carries **ten** marks. **(5×10=50)**

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

9. a) Prove that the characteristic of an integral domain is either a prime or zero.

ఒక పూర్ణాంక ప్రదేశం యొక్క లాక్షణికత సున్న లేదా ఒక ప్రధాన సంఖ్య అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

[Turn over

Scanned with CamScanner

b) Prove that $Q[\sqrt{2}]=\{a+b\sqrt{2} / a,b\in Q\}$ is a field with respect to ordinary addition and multiplication of numbers.

$Q[\sqrt{2}]=\{a+b\sqrt{2} / a,b\in Q\}$ సమితి సాధారణ సంఖ్యాసంకలనం మరియు గుణకారం దృష్ట్యా క్షేత్రం అవుతుందని చూపండి.

10. a) State and prove Fundamental theorem of homomorphism of rings.

వలయాల సమరూపతా మూల సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that an ideal U of a commutative ring R with unity is maximal if and only if the quotient ring R/U is a field.

తత్సమ మూలకం గల వినిమయ వలయమైన R లో U అనే ఆదర్శం అధికతమ (maximal) ఆదర్శం కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము R/U వ్యుత్పన్న వలయక్షేత్రం కావడం అని నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

11. a) Find the directional derivative of $\phi = x^2yz + 4xz^2$ in the direction of vector $2\bar{i} - \bar{j} - 2\bar{k}$ at (1,-2,-1).

$\phi = x^2yz + 4xz^2$ యొక్క దైశిక వ్యుత్పన్నాన్ని (directional derivative) $2\bar{i} - \bar{j} - 2\bar{k}$ యొక్క దిశలో బిందువు (1,-2,-1) వద్ద కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

b) Find the angle between the surfaces $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ and $x^2 + y^2 - z = 3$ at (2,-1,2)

బిందువు (2,-1,2) వద్ద ఖండించుకునే $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ మరియు $x^2 + y^2 - z = 3$ తలాల మధ్య కోణాన్ని కనుక్కోండి.

12. a) If $\overline{F} = (x + y^2)\bar{i} - 2x\bar{j} + 2yz\bar{k}$ evaluate $\int_S \overline{F}.\overline{N}ds$ where S is the surface of the plane 2x+y+2z=6 in the first octant.

Scanned with CamScanner

$\overline{F} = (x + y^2)\overline{i} - 2x\overline{j} + 2yz\overline{k}$ అయి ప్రథమాష్టమంలో 2x+y+2z=6 తలం భాగం S అయితే $\int_s \overline{F}.\overline{N}ds$ ను కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

b) If $\overline{F} = 2xz\overline{i} - x\overline{j} + y^2\overline{k}$ evaluate $\int_v \overline{F}dv$ where v is the region bounded by the surfaces x=0, x=2, y=0, y=6, $z=x^2$, z=4.

$\overline{F} = 2xz\overline{i} - x\overline{j} + y^2\overline{k}$ అయి x=0, x=2, y=0, y=6, $z=x^2$, z=4 తలాలచే పరిబద్ధమైన అంతరాళం v అయితే $\int_v \overline{F}dv$ ని గణించండి.

13. a) State and prove Stoke's theorem.

స్టోక్స్ సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

Scanned with CamScanner

b) Verify Green's theorem in the plane for $\oint_C (3x^2 - 8y^2)dx + (4y - 6xy)dy$ where C is the region bounded by $y = \sqrt{x}$ and $y = x^2$.

$y = \sqrt{x}$, $y = x^2$ వక్రాలచే పరివృత్తమైన C తలంలో $\oint_C (3x^2 - 8y^2)dx + (4y - 6xy)dy$ నకు గ్రీన్స్ సిద్ధాంతాన్ని సరిచూడండి.

Scanned with CamScanner

Eristent.

[Total No. of Printed Pages-4

[CB-BA528-A/CB-BS532-A]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER (CBCS PATTERN) DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS - V(A) - RING THEORY AND VECTOR CALCULUS

(COMMON FOR B.A., B.Sc.)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

Time : 3 Hours **Maximum : 75 Marks**

SECTION - A

Answer any **FIVE** questions. Each questions carries **Five** marks. **(5×5=25)**

1. The intersection of two ideals of a ring R is an ideal of R.

   R వలయం యొక్క రెండు ఐడియల్స్ ఛేదనం, R వలయానికి ఐడియల్ అవుతుంది.

2. Define characteristic of a ring. Show that characteristic of integral domain is either prime or zero.

   వలయము యొక్క లాక్షణికమును నిర్వచించి, ఒక పూర్ణాంక ప్రదేశము యొక్క లాక్షణికము ప్రధాన సంఖ్య లేదా శూన్యము అని చూపండి.

3. Find div $\overline{f}$, curl $\overline{f}$ where $\overline{f} = x^2 y\overline{i} - 2xz\overline{j} + 2yz\overline{k}$.

   $\overline{f} = x^2 y\overline{i} - 2xz\overline{j} + 2yz\overline{k}$ అయిన div $\overline{f}$, curl $\overline{f}$ లను కనుక్కోండి.

4. Prove that $\nabla r^n = n.r^{n-2}.\overline{r}$.

   $\nabla r^n = n.r^{n-2}.\overline{r}$ అని చూపండి.

Scanned with CamScanner

5. Evaluate $\int_c \bar{F}.d\bar{r}$ where $\bar{F}=3x^2\bar{i}+(2xz-\bar{y})\bar{j}+z\bar{k}$ along the straight line c from (0,0,0) to (2,1,3).

$\bar{F}=3x^2\bar{i}+(2xz-\bar{y})\bar{j}+z\bar{k}$ అయితే $\int_c \bar{F}.d\bar{r}$ విలువను కనుక్కోండి. ఇక్కడ c అనునది (0,0,0) నుండి (2,1,3) వరకు సరళరేఖ.

6. Show that

$$\int_S (ax\bar{i}+by\bar{j}+cz\bar{k}).\bar{N}\,ds=\frac{4\pi}{3}(a+b+c)$$

where S is the surface of the sphere $x^2+y^2+z^2=1$.

$\int_S (ax\bar{i}+by\bar{j}+cz\bar{k}).\bar{N}\,ds=\frac{4\pi}{3}(a+b+c)$ అని చూపండి. ఇక్కడ 'S' అనునది $x^2+y^2+z^2=1$ అను గోళ ఉపరితలము.

7. Find the directional derivative of a function $f=x^2-y^2+2z^2$ at the point P(1,2,3) in the direction of the line PQ where Q= (5,0,4).

P(1,2,3), Q= (5,0,4) అయితే P వద్ద PQ దిశలో $f=x^2-y^2+2z^2$ యొక్క దైశిక వ్యుత్పన్నం కనుక్కోండి.

8. Evaluate by Green's theorem $\oint_c (y-\sin x)dx+\cos x\,dy$ where c is the triangle enclosed by the lines x=0, $x=\frac{\pi}{2}$, $\pi y=2x$.

గ్రీన్స్ సిద్ధాంతమునుపయోగించి $\oint_c (y-\sin x)dx+\cos x\,dy$ సాధించండి. ఇక్కడ c అనునది x=0, $x=\frac{\pi}{2}$, $\pi y=2x$ అను సరళరేఖలతో కూడిన త్రిభుజము.

Scanned with CamScanner

SECTION - B

Answer all **Five** questions. Each carries Ten marks(5×10=50)

9. a) Show that a finite integral domain is a field.

పరిమిత పూర్ణాంక ప్రదేశము క్షేత్రము అని చూపండి.

(OR)

b) Prove that $\mathbb{Z}$ is a principal ideal ring.

$\mathbb{Z}$ ప్రధాన ఆదర్శ నిలయం అని నిరూపించండి.

10. a) State and prove Fundamental theorem of homomorphism of rings.

సమరూపతా మూల సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR)

b) Prove that if f is a homomorphism of a ring R into the ring R^1, than f is an onto isomorphism if and only if kerf $= \{0\}$.

$f: R \to R'$ వలయ సమరూపత, kerf $= \{0\}$ R వలయానికి తుల్య రూపతను చూపండి.

11. a) Prove that grad

$$(\overline{A}.\overline{B}) = (\overline{B}.\nabla)\overline{A} + (\overline{A}.\nabla)\overline{B} + \overline{B} \times curl\,\overline{A} + \overline{A} \times curl\,\overline{B}.$$

Grad $(\overline{A}.\overline{B}) = (\overline{B}.\nabla)\overline{A} + (\overline{A}.\nabla)\overline{B} + \overline{B} \times curl\,\overline{A} + \overline{A} \times curl\,\overline{B}$. అని చూపండి.

(OR)

b) Show that $\nabla^2 r^n = n(n+1)r^{n-2}$.

$\nabla^2 r^n = n(n+1)r^{n-2}$ అని చూపండి.

Scanned with CamScanner

12. a) If $\overline{f} = (3x^2+6y)i - 14yz\overline{j} + 20xz^2\overline{k}$ calculate $\int_c \overline{f}.\overline{dr}$ along the lines from (0,0,0) to (1,0,0) then to (1,1,0) and than to (1,1, 1).

$\overline{f} = (3x^2+6y)\overline{i} - 14yz\overline{j} + 20xz^2 k$ అయితే $\int_c \overline{f}.\overline{dr}$ విలువను (0,0,0) to (1,0,0) then to (1,1,0) to (1,1, 1) ల మధ్య వున్న సరళరేఖల వెంబడి కనుక్కోండి.

(OR)

b) Evaluate $\int_s$ F.N ds where F = $18zi-12j+3yk$ and S is the part of the plane $2x+3y+6z=12$ located in the first octant.

F = $18zi-12j+3yk$ అయిన ప్రథమాష్టమంలోని $2x+3y+6z=12$ తలభాగం S అయితే $\int_s$ F.N ds గణించండి.

13 a) State and prove Gauss Divergence theorem.

గౌస్ అపసరణ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించుము.

(OR)

b) Verify Green's theorem in the plane for $\oint_c (3x^2-8y^2)\,dx+(4y-6xy)\,dy$ where C is the region bounded by $y=\sqrt{x}$ and $y=x^2$.

$y=\sqrt{x}$, $y=x^2$ వక్రాలచే పరివృతమైన C తలంలో $\oint_c (3x^2-8y^2)\,dx+(4y-6xy)\,dy$ నకు గ్రీన్స్ సిద్ధాంతము సరిచూపండి.

Scanned with CamScanner